불완전 정보 하에서 메뉴를 이용한 순차적 협상 모형에 관한 연구

왕 규호*

본 논문은 불완전 정보 하에서 판매자와 구매자가 가격과 수량을 교대로 협상하는 무한 기간의 협상모형을 분석하고 있다. 판매자는 자신의 비용에 대한 사적 정보를 가지고 있으며, 구매자는 여러 개의 가격-수량의 쌍으로 구성된 메뉴를 제시할 수 있다. 주된 결과는 적절한 조건하에서, 유일한 균형은 지연이 없는 분리 균형이라는 것이다. 사적 정보를 가지고 있지 않은 구매자가 협상을 시작할 경우, 완전 정보 하에서의 계약으로 구성된 메뉴를 제시하고 판매자는 자신의 타입에 해당하는 계약을 선택함으로 협상은 1기에 종료된다. 사적 정보를 가진 판매자가 협상을 시작할 경우에도 각 타입에 해당하는 완전 정보 하에서의 계약을 제시하고 구매자는 바로 받아들임으로 역시 협상은 1기에 종료된다.

핵심 용어: 메뉴를 이용한 순차적 협상 모형, 불완전 정보, 지연이 없는 분리 균형

I. 서론

두 경제주체가 협상하는 쌍방간의 협상 모형은 경제학에서도 매우 중요한 이슈로 간주되어 왔다. 그러나 그 중요성에 비하여 최근까지 이 이슈에 대한 이론적 진전은 크지 않았다. 그러나 1980년대 이후, 게임이론이 발전되면서 협상 모형을 순차적 게임 형태로 분석한 논문들이 나오기 시작하였다. 특히 Rubinstein (1982)의 논문을 기폭제로 순차적 협상 모형에 대하여 많은 문헌들이 나타났다. 기존의 문헌에서 많은 저자들이 일방 혹은 쌍방의 불확실성, 일방 혹은 쌍방 제안 등에 따른 다양한 모형을 고려하였다.[1)]

이 논문은 1999년도 한국학술진흥재단의 연구비에 의하여 연구되었음.
두 분 익명의 논평자들에게 감사드린다.
서강대학교 경상대학 경제학과 교수. 서울 마포구 신수동 1, 서강대학교 경상대학 경제학과, 121-742. E-mail: ghwang@sogang.ac.kr, Fax: 02-705-8180.
1) 일방의 불확실성과 일방 제안 모형에 대하여는 Sobel and Takahashi (1983), Fudenberg, Levine and Tirole (1985), 그리고 Gul, Sonnenschein and Wilson (1986) 참조. 일방의 불확실성과 쌍방 제안 모형에 대하여는 Rubinstein (1985), Admati and Perry (1987), 그리고 Gul and Sonnenschein (1988) 참조. 쌍방 불확실성과 일방 제안 모형에 대하여는 Cramton (1984)과 Cho (1990) 참조.

그러나 대부분의 모형들은 모두 판매자와 구매자가 불가분적인 재화의 가격만을 협상하는 상황을 다루고 있다. 그러나 여러 개의 항목에 대하여 동시에 협상하는 경우가 현실에서는 보다 일반적이다. 두 경제 주체가 여러 개의 항목에서 동시에 협상을 할 경우, 가격만을 협상하는 경우에서는 나타나지 않는 새로운 가능성이 나타난다. 가격 협상의 경우 '시간'만이 유일한 분리 수단인 반면, 다항목 협상시 사적 정보를 가지고 있지 못한 쪽에서 '메뉴'를 또 다른 분리 수단으로 이용할 수 있다.

다항목 협상에 대한 문헌은 그리 많지 않다. Ber-Ner & Jun (1996)은 노사간에 임금과 회사를 사는 구매 가격, 두 가지를 통하여 잉여를 나누는 협상 모형을 고려하였다. 이 논문은 다항목 협상을 고려하였으나 메뉴를 통한 협상은 고려하고 있지 않다. Wang (1998)의 논문은 본 논문과 동일한

협상 모형을 다루고 있으나, 사적 정보를 가지지 못한 구매자만이 제안을 하고, 판매자는 가부만을 하는 일방 제안 모형을 다루고 있다. 본 논문은 Wang (1998)의 연구를 양쪽 모두 제안-역제안을 하는 쌍방 제안 모형으로 확장한 것이다. 본 논문의 주된 결과는 다음과 같다. 적절한 조건하에서 유일한 균형은 지연 없는 분리 균형이다. 사적 정보를 갖지 못한 구매자가 협상을 시작하면, 자신이 선행 제안자(first mover)인 경우 판매자의 각 타입에 해당하는 완전 정보 하에서의 계약으로 구성된 메뉴를 1기에 제시하고 판매자는 자신의 타입에 해당하는 계약을 선택함으로써 협상은 1기에 종료된다. 반대로 사적 정보를 지닌 판매자가 협상을 시작하면 각 타입은 자신이 선행 제안자일 경우의 완전 정보 하에서의 계약을 제시하고 구매자는 이로부터 판매자의 타입을 유추하고 이를 받아들임으로 역시 협상은 1기에 종료된다. 이를 Wang (1998)의 결과와 비교하여 보면, 유일한 균형이 지연 없는 분리 균형이라는 점에서는 동일하다. 그러나 Wang (1998)의 균형은 사적 정보를 갖지 못한 구매자가 정태적 mechanism design 문제를 풀었을 때 얻어지는 균형과 같으며, 따라서 정보의 비대칭성 때문에 완전 정보 하에서와 동일한 결과는 나오지 않는다. 반면에, 본 논문에서는 교대로 제안-역제안을 하므로, 정보의 비대칭성 하에서도 완전 정보 하에서와 동일한 결과가 나온다는 것이 다른 점이다.

본 논문에서 규명된 유일한 균형에서는 협상모형에서 흔히 발생하는 경제적 비효율성이 전혀 없다. 각 타입에 대한 최선의 결과가 지연 없이 실현된다. 이 결과는 가격만을 협상하는 문헌에서의 결과와 비교하여 볼 때 매우 다른 결과이다. 가격 협상의 경우 균형은 지연이 없는 합동

균형이거나 지연이 있는 분리 균형이다. 그러나 가격-수량을 동시에 협상하는 경우 메뉴를 통하여 지연이 없는 분리 균형을 얻을 수 있음을 본 연구는 보이고 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성돼 있다. 2장에서는 본 연구에서 고려하고 있는 협상 모형을 제시한다. 3장에서는 나중의 비교를 위하여 완전 정보 하에서의 경우를 분석한다. 4장에서는 불완전 정보의 경우 유일한 균형을 얻기 위한 다양한 분석과 결과를 제시한다.

II. 모형

본 논문에서는 구매자(B)와 판매자(S)가 가격과 수량을 협상하는 무한 기간 협상 모형을 고려한다. $U(q)$ 는 B가 q를 소비할 때 얻는 효용을 화폐로 표시한 효용함수이다. $U(q)$ 에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1: $U(q)$ 는 단조 증가하며 강 오목함수 이다. 그리고 $U(0)=0,$ $U'(0)=\infty$, $U'(\infty)=0$ 이다.

S가 q를 생산하기 위한 비용함수는 $c(q)=\theta q$ 로 가정한다. 여기서 한계 비용 θ 는 S만 아는 사적 정보이고 분석의 편의상 θ 는 $\underline{\theta}$ 와 $\overline{\theta}$ ($0<\underline{\theta}<\overline{\theta}$) 두 값만을 갖는다고 가정한다. 한계 비용이 $\underline{\theta}$ 인 S의 생산성이 더 높으므로 이를 생산성이 높은 타입이라고 하고 S_H 로 표시하며, 한계 비용이 $\overline{\theta}$ 인 S는 S_L 로 표시한다. μ_0 는 S가 S_H 일 사전적 확률(prior probability)이다. S는 자신의 타입을 알지만 B는 그 확률 분포만을 안다고 가정한다.

하나의 계약은 수량과 가격으로 구성돼 있다. 이를 $c=(q,p)$ 로 표시한다. q는 S의 산출량이고 p는 B가 S에게 지불하는 금액이다. 협상은 다음과 같은 순서에 의하여 진행된다. 시간은 t로 표시하며 이산적으로 흐른다; $t=1,2,,\cdots.$ B가 먼저 협상을 시작한다. 매 홀수기에 B는 S에게 여러 개의 계약으로 구성된 메뉴를 제안한다. 본 논문에서는 S의 두 타입만을 고려하고 있기 때문에 일반성을 잃지 않고 메뉴는 두 개의 계약으로 구성되어 있다고 가정한다.[2] 매 홀수기에 B가 메뉴를 제시하고 S가 메뉴를

2) 두 계약은 꼭 다를 필요는 없다.

받아들여 그 가운데 하나의 계약을 선택하면 협상은 종료된다. S가 메뉴를 거절하면, 매 짝수기에 역제안을 한다. B는 사적 정보를 가지고 있지 않기 때문에, 일반성을 잃지 않고, S는 하나의 계약만을 제시한다고 가정한다. B가 이 계약을 받으면 역시 협상은 종결된다. 그렇지 않으면 다음 기에 B가 새로운 메뉴를 제안하고 한 쪽이 다른 쪽에서 제시한 것을 받아들일 때까지 협상은 계속된다. 협상이 t기에 계약 (q,p) 로 타결이 되면 이를 (q,p,t) 로 나타낸다. 이 때, $\Pi_B(q,p,t)=\delta^{t-1}(U(q)-p)$, $\Pi_H(q,p,t)=\delta^{t-1}(p-\underline{\theta}q)$ 그리고 $\Pi_L(q,p,t)=\delta^{t-1}(p-\overline{\theta}q)$ 는 각각 B, S_H 그리고 S_L 이 얻는 보수 (payoff)를 나타낸다. δ 는 공통의 시간 할인율로 $0<\delta<1$ 이다. 항구적으로 협상이 타결되지 못하면 모두는 0의 보수를 얻는다.

길이가 t 인 history를 h_t 로 나타낸다. h_t 는 t기까지 (t기 포함) B와 S가 제안한 메뉴와 계약을 표시한다. t가 짝수면, h_t 는 S가 제안한 계약으로 끝난다, $h_t=(M_1,c_2,M_3,\cdots,M_{t-1},c_t)$. 여기서 $M_i=(c_i^1,c_i^2)$ 는 홀수인 i기에 B가 제안한 메뉴를, c_j 는 짝수인 j기에 S가 제안한 계약을 각각 나타낸다. t가 짝수면, h_t 는 B가 제안한 메뉴로 끝난다, $h_t=(M_1,c_2,\cdots,M_t)$.

$\mu_t(h_{t-1})$ 은 t기의 시작 시점에서 history가 h_{t-1} 인 경우, B가 S의 타입이 S_H 이라고 믿는 신념 (belief) 혹은 사후적 확률 (posterior belief)을 나타낸다. 본 연구에서 사용하는 균형은 Kreps & Wilson (1982)의 순차 균형(sequential equilibrium)이다. 이 후의 논의에서 균형이라 함은 순차 균형을 뜻한다.

III. 완전 정보의 경우

불완전 정보의 경우를 분석하기 전에 비교를 위해, 완전 정보의 경우를 먼저 고찰한다. θ 에 대한 완전 정보가 있는 경우, 잉여를 극대화하는 수량을 '최선의 수량'이라고 정의한다. 최선의 수량은 다음의 극대화문제의 해 (solution)이다.

$$\mathrm{Max}_q \quad V(q;\theta)=U(q)-\theta q \quad .$$

가정 1에 의하여, $q(\theta)$ 를 위의 식을 극대화하는 수량이라고 하면 일계 조건 $U'(q(\theta))=\theta$ 의 해로 주어진다. $q^H=q(\underline{\theta})$ 과 $q^L=q(\overline{\theta})$ 로 표시하면

q^H 와 q^L 는 각각 S가 S_H 와 S_L 일 경우의 최선의 수량이다. 가정 1에 의하여 $q^H > q^L$ 이다. $V^*(\theta) = V(q(\theta);\theta)$ 로 정의하면, $V^*(\theta)$ 는 한계 비용이 θ 일 경우
창출되는 최대의 잉여를 나타낸다. $V^H = V^*(\underline{\theta})$ 와 $V^L = V^*(\bar{\theta})$ 는 각각 S가 S_H 와 S_L 일 경우의 최대의 잉여이다. 가정 1에 의하여 V^H > V^L 이다.

Rubinstein (1982)은 B와 S가 불가분적인 재화의 가격을 완전 정보 하에서 협상하는 모형을 분석하였다. S와 B가 재화에 부여하는 가치는 각각 0과 v 라고 하면, v 는 S와 B가 나누어 가질 수 있는 잉여를 나타낸다. Rubinstein이 보인 결과는 유일한 부분게임 완전 균형(subgame perfect Nash equilibrium)에서 협상은 1기에 끝나고 먼저 제안하는 쪽이 $v/(1+\delta)$ 을, 다른 쪽은 $\delta v/(1+\delta)$ 만큼을 가진다는 것이다. 본 논문에서는 어떤 수량을 생산하느냐에 따라서 나눌 수 있는 잉여는 달라진다. 그러나 θ 에 대한 완전 정보가 있는 경우, $q(\theta)$ 가 최대의 잉여 $V^*(\theta)$ 를 생산하는 최선의 수량이므로 균형에서의 수량은 반드시 $q(\theta)$ 이어야 한다. 그러면 협상 문제는 B와 S사이에 $V^*(\theta)$ 를 나누는 문제로 귀착된다. 따라서 완전 정보의 경우 Rubinstein의 결과를 적용하면 다음의 결과를 얻는다.

사실 1: 완전 정보의 경우 - Rubinstein (1982)

1) B가 협상을 시작할 경우, $(q(\theta), \theta q(\theta) + \frac{\delta}{1+\delta} V^*(\theta))$ 를 제안하고 S는 이를 받아드린다. B와 S의 보수는 각각 $\frac{1}{1+\delta} V^*(\theta)$ 와 $\frac{\delta}{1+\delta} V^*(\theta)$ 이다. $c_B^H = (q^H, \underline{\theta} q^H + \frac{\delta}{1+\delta} V^H)$ 와 $c_B^L = (q^L, \bar{\theta} q^L + \frac{\delta}{1+\delta} V^L)$ 는 B가 먼저 협상을 시작할 때 각각 S_H , S_L 과 사이에 이루어지는 완전 정보 계약을 나타낸다.

2) S가 협상을 시작할 경우, $(q(\theta), \theta q(\theta) + \frac{1}{1+\delta} V^*(\theta))$ 를 제안하고 B는 이를 받아드린다. B와 S의 보수는 각각 $\frac{\delta}{1+\delta} V^*(\theta)$ 와 $\frac{1}{1+\delta} V^*(\theta)$ 이다. $c_S^H = (q^H, \underline{\theta} q^H + \frac{1}{1+\delta} V^H)$ 와 $c_S^L = (q^L, \bar{\theta} q^L + \frac{1}{1+\delta} V^L)$ 는 S가 먼저 협상을 시작할 때 각각 S_H 와 S_L 이 B와의 사이에 이루어지는 완전 정보 계약을 나타낸다.

IV. 불완전 정보의 경우

본 절에서는 S가 사적 정보를 갖는 불완전 정보의 경우를 고찰한다. 후에 본 논문의 결과와 비교하기 위하여 먼저 Rubinstein (1985)의 연구를 살펴본다. Rubinstein (1985)은 자신의 논문 Rubinstein (1982)을 확장하여 B의 가치가 사적 정보인 경우를 분석하고 있다. v_H 와 v_L 의 가치를 갖는 B를 각각 B_H 와 B_L 로 표시하고 $v_H > v_L > 0$ 을 가정한다. μ_0 는 B가 B_H 일 사전적 확률이다. Rubinstein의 모형에서는 균형에서 높은 가치를 지닌 B는 낮은 가치를 지닌 B보다 항상 늦지 않게 협상을 종료하는 성질이 성립한다. 이 성질은 가격만을 협상하는 모형에서 균형을 규명하는데 매우 중요한 역할을 한다. 그러나 본 모형에서는 두 경제주체가 가격 뿐 아니라 수량도 동시에 협상을 하므로 일반적으로 이 성질을 성립하지 않는다. 불완전 정보의 경우 Rubinstein (1985)은 다음과 같은 결과를 보였다.

사실 2: Rubinstein (1985) - 불완전 정보의 경우

사적 정보를 갖지 못한 S가 협상을 시작하는 경우,

1) $\mu_0 > \frac{v_L}{v_H}$ 이면, 1기에 S는 $\frac{1}{1+\delta} v_H$ 보다 작은 가격을 제안하며, B_H 는 이를 받아들이나, B_L 는 이를 거부한다. 2기에 B_L 는 $\frac{\delta}{1+\delta} v_L$ 보다 높은 가격을 역제안하며 S는 이를 받아드린다.

2) $\mu_0 < \frac{v_L}{v_H}$ 이면, 1기에 S는 $\frac{1}{1+\delta} v_L$ 를 제안하고, B_H 와 B_L 모두 이를 받아들인다.

(1)의 경우는 분리 균형이며 분리는 지연(delay)을 통하여 이루어진다. (2)의 경우는 합동 균형이며 지연은 나타나지 않는다. 가격과 수량을 동시에 협상하는 본 논문의 주된 결과는 가격만을 협상하는 경우와 매우 다르다. 본 모형에서는 사적 정보를 가지고 있지 않은 쪽이 메뉴를 사용할 수 있다. 본 논문의 가장 중요한 결과는 적당한 조건하에서 유일한 균형은 지연이

일어나지 않는 분리 균형이라는 것이다. 즉 B는 S의 타입을 메뉴를 통하여 1기에 분리해 낸다. 더욱이 균형에서의 S의 각 타입이 택하는 계약은 B가 선행 제안자인 경우 각 타입에 대한 완전 정보 계약과 동일하다. 보다 정확히 기술하면 유일한 균형은 1기에 B가 $c_B^H=(q^H, \underline{\theta} q^H+\frac{\delta}{1+\delta} V^H)$ 와 $c_B^L=(q^L, \overline{\theta} q^L+\frac{\delta}{1+\delta} V^L)$ 로 구성된 메뉴를 제안하고, S_H 와 S_L 는 각각 c_B^H 와 c_B^L 를 선택하는 것이다. 이는 가격만을 협상하는 경우와 비교하여 볼 때 매우 강한 결과라고 할 수 있다.

본 모형에 대한 분석은 균형에서 B가 얻을 수 있는 보수는 $\frac{1}{1+\delta} V^H$ 보다 클 수 없음을 보이는 보조 정리 1로 시작한다.

보조 정리 1: S는 $U(q)-p>\frac{1}{1+\delta} V^H$ 인 모든 계약 (q,p) 을 거부한다. 따라서 B가 얻을 수 있는 보수는 $\frac{1}{1+\delta} V^H$ 보다 클 수 없다.

증명: V 를 균형에서 거래가 이루어지는 시점에서 B가 얻을 수 있는 보수의 supremum이라 하자. 즉 $V=$ sup$\{U(q)-p \mid (q,p,t)$ 는 B가 협상을 시작할 때 균형에서 나타나는 계약이다.$\}$ $V \le \frac{1}{1+\delta} V^H$ 이 성립함을 보이고자 한다. 반대로 $V>\frac{1}{1+\delta} V^H$ 라고 가정하자. 일반성을 잃지 않고 V 가 실제로 달성된다고 가정하고 강부등호가 성립함을 보이고자 한다. 그러면 균형에서 $U(q_0)-p_0=V$ 인 계약 (q_0,p_0,t_0) 이 존재한다. (q_0,p_0) 로부터 B가 얻는 보수가 V 이므로, (q_0,p_0) 로부터 S_H 와 S_L 가 얻을 수 있는 최대 보수는 각각 V^H-V 와 V^L-V 이다. 이제 S_H 와 S_L 모두가 역제안을 통하여 더 큰 보수를 얻을 수 있음을 보이고자 한다. 만일 $\delta(p-\underline{\theta} q^H)>(V^H-V)$ 과 $U(q^H)-p>\delta V$ 를 만족하는 계약 (q^H,p) 이 존재한다면, S_H 는 (q^H,p) 를 역제안 함으로써 더 큰 보수를 얻을 수 있다. S_H 가 (q^H,p) 를 제안할 경우, 이를 거부함으로써 B가 얻을 수 있는 최대의 보수는 δV 이다. $U(q^H)-p>\delta V$ 이므로, B는 이 제안을 반드시 받아들인다. 또한 $\delta(p-\underline{\theta} q^H)>(V^H-V)$ 이므로, S_H 의 보수는 증가한다. $U(q^H)-p>\delta V$ 와 $\delta(p-\underline{\theta} q^H)>(V^H-V)$ 를 p 에 대하여 정리하면

$U(q^H)-\delta V>p$ 와 $p>\underline{\theta}q^H+(V^H-V)/\delta$ 를 얻는다. 따라서 이 같은 계약이 존재할 필요 충분 조건은 $U(q^H)-\delta V>\underline{\theta}q^H+(V^H-V)/\delta$ 이다.
$V^H=U(q^H)-\underline{\theta}q^H$ 이므로, $U(q^H)-\delta V>\underline{\theta}q^H+(V^H-V)/\delta$ 일 조건은 $-\frac{(1-\delta)}{\delta}V^H+\frac{(1-\delta^2)}{\delta}V>0$ 일 조건과 동일하다. $-\frac{(1-\delta)}{\delta}V^H+\frac{(1-\delta^2)}{\delta}V$ 은 V 에 대하여 증가함수이고 $V=\frac{1}{1+\delta}V^H$ 에서 0이므로, $V>\frac{1}{1+\delta}V^H$ 이면 $-\frac{(1-\delta)}{\delta}V^H+\frac{(1-\delta^2)}{\delta}V>0$ 이 성립한다. 따라서 S_H 는 보다 큰 보수를 얻을 수 있다.

S_L 가 더 큰 보수를 얻으려면 $\delta(p-\bar{\theta}q^L)>(V^L-V)$ 와 $U(q^L)-p>\delta V$ 를 만족하는 계약 (q^L,p) 이 존재하면 된다. $V^L=U(q^L)-\bar{\theta}q^L$ 이므로, S_H 의 경우와 같이 정리하면 그 조건은 $-\frac{(1-\delta)}{\delta}V^L+\frac{(1-\delta^2)}{\delta}V>0$ 이다. $V^L<V^H$ 이므로 이 조건은 당연히 성립한다. 따라서 S_L 또한 더 큰 보수를 얻을 수 있다. 이는 (q_0,p_0,t_0) 이 균형에서 나타나는 계약이라는 가정에 모순된다. 따라서 $V\le\frac{1}{1+\delta}V^H$ 이다. 그러므로 S는 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 보다 큰 보수를 요구하는 모든 계약을 거부한다. 따라서 균형에서 B가 얻을 수 있는 보수는 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 를 넘지 못한다.

보조 정리 1로부터 다음과 같은 두 개의 따름 정리를 얻을 수 있다.

따름 정리 1: 만일 S가 $U(q)-p\ge\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 인 계약 (q,p) 를 제안한다면, B는 그 제안을 수락한다.

증명: 그와 같은 계약을 거절하고 다음 기로 협상이 이월되어 B가 협상을 시작할 경우 B가 얻을 수 있는 최대의 보수는 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 이다. 이를 한 기간 할인하면 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 이 된다. 따라서 B는 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 만큼을 주는 모든 계약을 받는다.

따름 정리 2: 균형에서 S_H 의 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 보다 작지 않다.

증명: 자신의 순서때, S_H 가 $c_S^H=(q^H, \underline{\theta} q^H+\frac{1}{1+\delta} V^H)$ 를 제안하면 B에게 $\frac{\delta}{1+\delta} V^H$ 의 보수를 주므로 따름 정리 1에 의하여 B는 반드시 이를 수락한다. 따라서 S가 협상을 시작하는 경우, S_H 는 이 계약을 이용하여 $\frac{1}{1+\delta} V^H$ 만큼을 보장받을 수 있다. 따라서 B가 협상을 시작할 경우, S_H 는 $\frac{\delta}{1+\delta} V^H$ 보다 작은 모든 제안은 거절한다. 따라서 S_H 가 제안을 수락하기 위해서 B는 최소한 S_H 에게 $\frac{\delta}{1+\delta} V^H$ 만큼의 보수를 주어야 한다. 따라서 균형에서 S_H 의 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta} V^H$ 보다 작지 않다.

보조 정리 1은 B가 균형에서 얻을 수 있는 보수의 상한을 제시하고 있다. 다음의 결과는 B가 균형에서 얻을 수 있는 보수의 하한을 제시한다.

보조 정리 2: B는 $U(q)-p<\frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 인 모든 계약 (q,p) 를 거부한다.

증명: V 를 균형에서 거래가 이루어지는 시점에서 B가 얻을 수 있는 보수의 infimum이라 하자. 즉 $V=$ inf$\{U(q)-p \mid (q,p,t)$ 는 S 가 협상을 시작할 때 균형에서 나타나는 계약이다.$\}$ $V \geq \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 임을 보이고자 한다. 반대로 $V<\frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 라고 가정하자. supremum의 경우와 같이, V 가 실현된다고 가정하고 강부등호가 성립함을 보이고자 한다. 그러면 균형에서 $U(q_0)-p_0=V$ 인 계약 (q_0,p_0,t_0) 이 존재한다. (q_0,p_0) 로부터 B가 얻는 보수가 V 이므로, (q_0,p_0) 로부터 S_H 와 S_L 가 얻을 수 있는 최대 보수는 각각 V^H-V 와 V^L-V 이다. 이제 B가 메뉴를 역제안 함으로써 더 큰 보수를 얻을 수 있음을 보이고자 한다. 이를 위하여 다음과 같은 조건을 만족하는 (q^H,p_1) 와 (q^L,p_2) 로 구성된 메뉴를 고려하자;

$(p_1-\underline{\theta} q^H)>\delta(V^H-V)$ 과 $(p_2-\overline{\theta} q^L)>\delta(V^L-V)$,

$\delta(U(q^H)-p_1)>V$ 과 $\delta(U(q^L)-p_2)>V$.

(q^H, p_1) 은 S_H 에게 $(p_1 - \underline{\theta} q^H)$ 를 보수로 제공한다. 만일 S_H 가 이 메뉴를 거부하고 다음기로 넘어가서 역제안 한다고 하자. 그러면 infimum의 정의에 의하여 이로부터 얻을 수 있는 최대의 보수는 $\delta(V^H - V)$ 이다. $(p_1 - \underline{\theta} q^H) > \delta(V^H - V)$ 이므로, S_H 는 이 메뉴를 수락한다. 또한 $(p_2 - \overline{\theta} q^L) > \delta(V^L - V)$ 이므로, S_L 역시 이 메뉴를 수락한다. $\delta(U(q^H) - p_1) > V$ 이 성립하면, B는 이번 기의 (q_0, p_0) 보다는 다음 기의 (q^H, p_1) 를 더 선호한다. 마찬가지로 $\delta(U(q^L) - p_2) > V$ 이면, B는 이번 기의 (q_0, p_0) 보다 다음 기의 (q^L, p_2) 를 더 선호한다. 따라서 B가 (q_0, p_0) 를 거부하고 다음 기에 이 메뉴를 제안하면, S_H 와 S_L 모두 이 메뉴를 수락한다. 메뉴에 있는 두 계약 모두 V 보다 높은 보수를 B에게 주므로 B는 이를 통하여 더 큰 보수를 얻을 수 있다. 위의 네 부등식을 다시 정리하면 이 같은 메뉴가 존재할 필요 충분 조건은 $(1-\delta)V^L - \frac{(1-\delta^2)}{\delta} V > 0$ 이고 $(1-\delta)V^H - \frac{(1-\delta^2)}{\delta} V > 0$ 이다. $(1-\delta)V^L - \frac{(1-\delta^2)}{\delta} V$ 는 V 에 대한 감소함수이고 $V = \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 에서 0이므로 $V < \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 이면, $(1-\delta)V^L - \frac{(1-\delta^2)}{\delta} V > 0$ 이 성립한다. 또한 $V^H > V^L$ 이므로 $(1-\delta)V^H - \frac{(1-\delta^2)}{\delta} V > 0$ 역시 성립한다. 따라서 (q_0, p_0, t_0) 은 균형에서의 계약이 될 수 없다. 이는 모순이므로 $V \geq \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 이 성립한다. B는 $U(q) - p < \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 인 모든 계약 (q, p) 를 거부한다.

보조 정리 2로부터 $\frac{1}{1+\delta} V^L$ 이 균형에서 B가 얻는 보수의 하한임을 바로 알 수 있다.

따름 정리 3: 균형에서 B가 얻는 보수는 $\frac{1}{1+\delta} V^L$ 보다 작지 않다.

보조 정리 2로 유도할 수 있는 또 다른 따름 정리는 균형에서 S_L 이 얻는 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 를 넘지 않는다는 것이다.

따름 정리 4: 균형에서 S_L 이 얻는 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 보다 크지 않다.

증명: S가 협상을 시작하면, B가 제안을 받아들이기 위해서는 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 만큼을 B에게 주어야 한다. B에게 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 만큼을 보장하면서 S_L 가 가장 선호하는 계약은 $c_S^L=(q^L,\bar{\theta}q^L+\frac{1}{1+\delta}V^L)$ 이며, 이로부터 S_L 이 얻는 보수 $\frac{1}{1+\delta}V^L$ 는 그가 협상을 시작할 때 얻을 수 있는 최대의 보수이다. 따라서 B가 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 보수로 주는 계약을 제시하면, S_L 은 반드시 이를 받아들인다. 따라서 S_L 이 균형에서 얻을 수 있는 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 초과할 수 없다.

균형에 대한 분석을 계속하기에 앞서 V^H 와 V^L 의 상대적 크기에 대한 가정을 하고자 한다. V^H-V^L 이 작으면 작을수록, S의 타입을 분리함으로써 B가 얻는 이득은 작아지는 반면, 그 비용은 증가한다. V^H-V^L 이 충분히 크지 않으면, B는 S의 타입을 분리할 유인을 갖지 못한다. 따라서 B가 S의 타입을 분리하고자 하는 유인을 갖기 위해서는 V^H-V^L 이 지나치게 작으면 안 된다. V^H-V^L 의 크기에 대하여 다음의 가정을 한다.

가정 2: $\frac{V^H-V^L}{2}>(\bar{\theta}-\underline{\theta})q_L$.

가정 2는 $\bar{\theta}-\underline{\theta}$ 의 크기가 클 때 성립한다. $\bar{\theta}-\underline{\theta}$ 이 크다는 것은 그만큼 생산성의 차이가 큼을 의미하고 따라서 V^H-V^L 의 크기도 큼을 의미한다. 예를 들어 $U(q)=2\sqrt{q}$ 이면, $\bar{\theta}-\underline{\theta}>\underline{\theta}$ 즉 $\bar{\theta}>2\underline{\theta}$ 이면 가정 2는 성립한다.

보조 정리 3은 균형에서 B가 얻는 보수의 하한을 제공하고 있는데, 이 하한이 일반적으로 정확히 등호로 성립하는 것은 아니다. 이제 메뉴를 통한 하한을 구하여보자. S_L 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 의 보수를 주는 계약을 제시함으로써, B는 S_L 로 하여금 자신의 타입을 나타내도록 유도할 수 있다. S_H 의 타입이 B에게 알려진 상태에서 S_H 가 협상을 시작하면 그 이후의 협상은 완전 정보의 협상 모형과 동일하다. 이 경우 S_H 가 균형에서 얻는 보수는 정확히

$\frac{1}{1+\delta}V^H$ 이다. 따라서 B는 S_L 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 주는 계약과 S_H 에게 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 을 주는 계약으로 구성된 메뉴를 제공하되, S의 각 타입이 다른 타입을 모방할 유인이 없다면 두 타입 모두 이 메뉴를 받을 것이며 각 타입에게 의도된 계약을 선택할 것이다. 따라서 이 메뉴로부터 얻어지는 보수는 B가 균형에서 얻는 보수의 하한이 된다. 이를 위하여 다음의 최적화 문제를 고려하자;

$$\text{Max } \mu(U(q_H)-p_H)+(1-\mu)(U(q_L)-p_L) \qquad \text{s.t.}$$
$$p_H-\underline{\theta}q_H \geq \frac{\delta}{1+\delta}V^H, \quad p_L-\overline{\theta}q_L = \frac{\delta}{1+\delta}V^L,$$
$$p_H-\underline{\theta}q_H \geq p_L-\underline{\theta}q_L, \quad p_L-\overline{\theta}q_L \geq p_H-\overline{\theta}q_H.$$

(q_H,p_H) 과 (q_L,p_L) 는 각각 S_H 와 S_L 를 위한 계약이다. 첫 번째 부등식과 두 번 째 등식은 각 타입에 대한 참여제약식이다. (q_H,p_H) 는 S_H 에게 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 를 주며, (q_L,p_L) 는 S_L 에게 정확히 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 준다. 다른 두 부등식은 각 타입이 다른 타입을 모방할 유인을 주지 않는 유인제약식이다. 잘 알려져 있다시피, 정태적 mechanism design 문제에서는 4 가지의 제약식 가운데, S_L 에 대한 참여제약식과 S_H 에 대한 유인제약식 만이 등호로 성립한다. 따라서 원 문제를 풀기 위하여 먼저 이 두 가지를 등호로 놓는 축약된 문제를 풀고자 한다. 이 때 얻어진 해가 나머지 제약식을 만족하면 원 문제의 해가 된다. 그렇지 않으면 다소의 조정이 필요하다. 이제 다음의 축약된 문제를 먼저 살펴보자.

$$\text{Max } \mu(U(q_H)-p_H)+(1-\mu)(U(q_L)-p_L) \qquad \text{s.t.}$$
$$p_L-\overline{\theta}q_L = \frac{\delta}{1+\delta}V^L, \quad p_H-\underline{\theta}q_H = p_L-\underline{\theta}q_L.$$

두 제약식을 p_L 과 p_H 에 대하여 풀면 다음과 같다; $p_L=\overline{\theta}q_L+\frac{\delta}{1+\delta}V^L$, $p_H=\underline{\theta}q_H+\frac{\delta}{1+\delta}V^L+(\overline{\theta}-\underline{\theta})q_L$. 이를 목적 함수에 대입하면 다음과 같은 제약 조건이 없는 최적화 문제를 얻는다.

$$\Lambda=\mu\left\{U(q_H)-\underline{\theta}q_H-\frac{\delta}{1+\delta}V^L-(\overline{\theta}-\underline{\theta})q_L\right\}+(1-\mu)\left\{U(q_L)-\overline{\theta}q_L-\frac{\delta}{1+\delta}V^L\right\}$$

$$=\mu\{U(q_H)-\underline{\theta}q_H-(\bar{\theta}-\underline{\theta})q_L\}+(1-\mu)\{U(q_L)-\bar{\theta}q_L\}-\frac{\delta}{1+\delta}V^L \quad .$$

$U(\cdot)$ 가 오목함수이므로 이 문제의 해는 일계 조건에 의하여 얻어진다. $\frac{\partial\Lambda}{\partial q_H}=0 \Rightarrow \mu\{U'(q_H)-\underline{\theta}\}=0.$ 따라서 모든 $\mu>0$ 에 대하여, $q_H=q^H$, 즉 S_H 에 대한 최선의 수량이 됨을 알 수 있다.

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial q_L}=0 \Rightarrow U'(q_L)=\frac{\bar{\theta}-\mu\theta}{1-\mu} \qquad ---(1).$$

$\mu<1$ 인 경우, $\frac{\bar{\theta}-\mu\theta}{1-\mu}>\bar{\theta}$ 이므로 $\mu<1$ 이면, (1)식을 만족하는 q_L 은 S_L 의 최선의 수량 q^L 보다 작음을 알 수 있다. (1)를 만족하는 q_L 은 μ 가 변함에 따라서 바뀌므로, 이를 강조하기 위하여 (1)식을 만족하는 해를 $q^*(\mu)$ 로 표시한다. 가정 1로부터 μ 가 0에서 1로 변할 때, $q^*(\mu)$ 는 q^L 에서 0으로 단조 감소함을 쉽게 보일 수 있다.

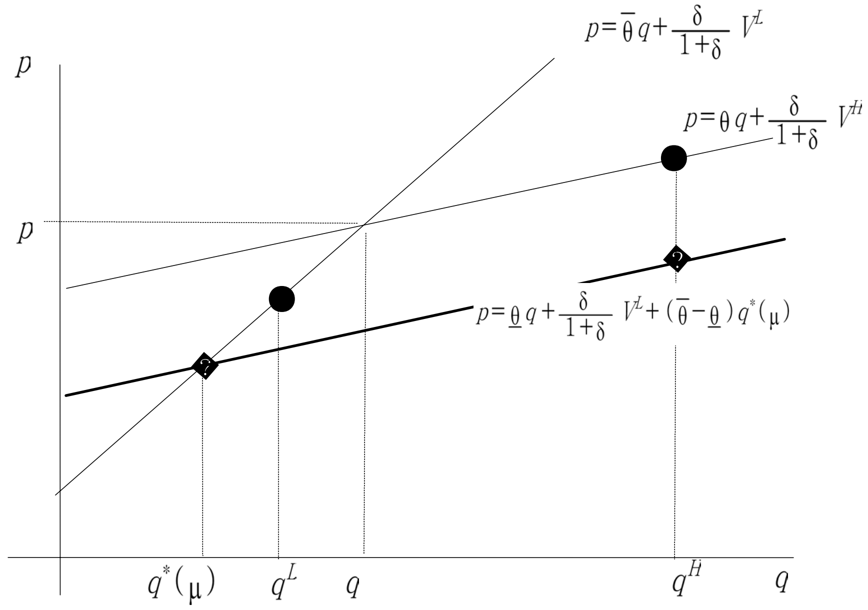
$(q^H,\underline{\theta}q^H+\frac{\delta}{1+\delta}V^L+(\bar{\theta}-\underline{\theta})q^*(\mu))$ 과 $(q^*(\mu),\bar{\theta}q^*(\mu)+\frac{\delta}{1+\delta}V^L)$ 를 축약된 문제의 해로 얻어지는 두 계약이다. 이제 원래의 문제로 돌아가서 이 두 계약으로 이루어진 메뉴가 원 문제의 해가 되는가를 살펴보자. 이 때, S_H 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 와 S_L 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 동시에 주는 계약 (q,p) 이 매우 중요한 역할을 한다. (q,p) 은 $p-\bar{\theta}q=\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 과 $p-\underline{\theta}q=\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 의 해로 얻어진다. p 를 소거하여 q 를 구해보면 다음과 같다,

$q=\frac{V^H-V^L}{\bar{\theta}-\underline{\theta}}\frac{\delta}{1+\delta}$. q 과 q^L 의 크기에 따라서 다음과 같은 3 가지 경우로 나뉜다.

경우 1. $q^L\le q$

이 경우 $q^*(\mu)<q^L\le q$ 이므로, $(q^H,\underline{\theta}q^H+\frac{\delta}{1+\delta}V^L+(\bar{\theta}-\underline{\theta})q^*(\mu))$ 은 S_H 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 보다 작은 보수를 준다. 따라서 이 계약은 S_H 의 참여제약식을 만족하지 못한다. $q^L\le q$ 이므로 $c_B^L=(q^L,\bar{\theta}q^L+\frac{\delta}{1+\delta}V^L)$ 로부터 S_H 가 얻는 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta}S^H$ 를 초과하지 않는다. 따라서 S_H 는

$c_B^H=(q^H,\underline{\theta}q^H+\frac{\delta}{1+\delta}V^H)$ 를 c_B^L 보다 최소한 약선호한다. 또한 S_L 은 c_B^L 를 c_B^H 보다 강선호함을 쉽게 보일 수 있다. 또한 c_B^H (c_B^L)은 is S_H (S_L)에게 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ ($\frac{\delta}{1+\delta}V^L$)을 보수로 주는 계약들 가운데 B가 가장 선호하는 계약이다. 따라서 원 문제의 해는 c_B^H 와 c_B^L 로 구성된 메뉴임을 알 수 있다. 이 메뉴로부터 B는 보수로 $\mu\frac{1}{1+\delta}V^H+(1-\mu)\frac{1}{1+\delta}V^L$ 를 얻는다. 이를 그림으로 보면 다음과 같다.



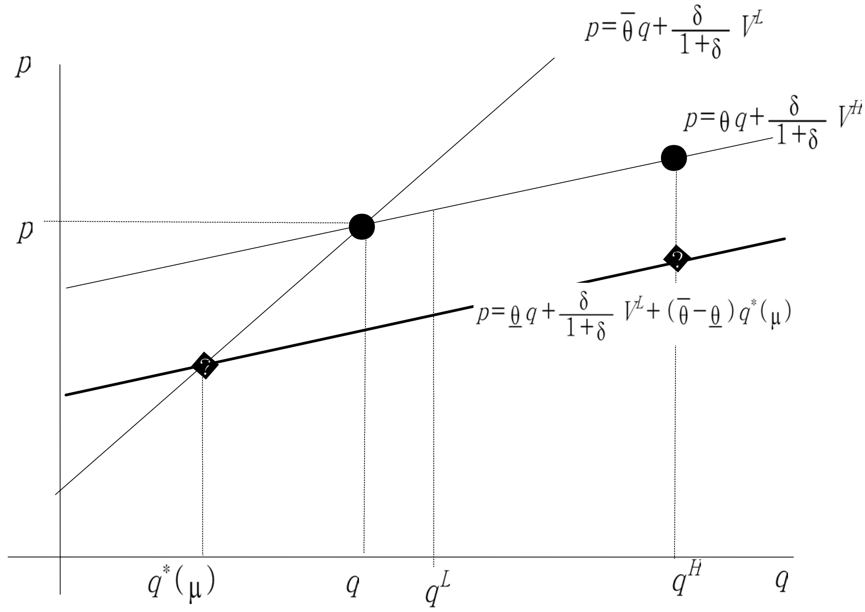
여기서 ●와 �는 각각 원래 문제와 축약된 문제의 해를 나타낸다.

경우 2. $q^L>q$

이 경우는 μ 의 크기에 따라서 두 경우로 세분된다. 앞에서 언급하였듯이,
μ 가 0에서 1로 증가할 때, $q^*(\mu)$ 는 q^L 에서 0으로 단조 감소한다. 따라서 $q^*(\mu^0)=q$ 이 되는 유일한 μ^0 가 존재한다. $\mu<\mu^0$ 이면, $q^*(\mu)>q$ 이고 $\mu>\mu^0$ 이면, $q^*(\mu)<q$ 이다.

경우 2A; $\mu>\mu^0$

이 경우에도 $q^*(\mu) < q$ 이므로, $(q^H, \underline{\theta} q^H + \frac{\delta}{1+\delta} V^L + (\bar{\theta} - \underline{\theta}) q^*(\mu))$ 는 S_H 에게 $\frac{\delta}{1+\delta} S^H$ 보다 작은 보수를 준다. 따라서 S_H 의 참여제약식을 위반한다. S_H 를 위한 계약 가운데 B가 가장 선호하는 계약은 역시 c_B^H 이다. 한편, S_L 은 $(q^*(\mu), \bar{\theta} q^*(\mu) + \frac{\delta}{1+\delta} V^L)$ 를 c_B^H 보다 강선호한다. $q^*(\mu) < q < q^L$ 이므로, $(q^*(\mu), \bar{\theta} q^*(\mu) + \frac{\delta}{1+\delta} V^L)$ 에서 시작하여 $p - \bar{\theta} q = \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 를 따라 (q, p) 로 이동할 때, S_L 에 대한 유인제약식은 계속 만족되면서 B가 얻는 보수는 증가한다. 따라서 이 경우 원 문제의 해는 (q, p) 과 c_B^H 로 구성된 메뉴이다.

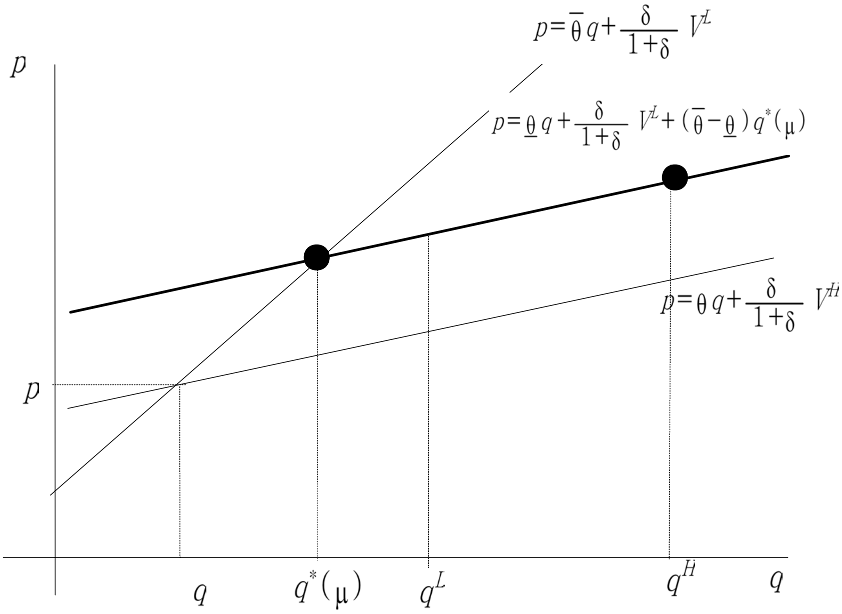


여기서 ●와 �는 각각 원래 문제와 축약된 문제의 해를 나타낸다.

경우 2B; $\mu \le \mu^0$

이 경우에는 $q^*(\mu) \ge q$ 이므로, $(q^H, \underline{\theta} q^H + \frac{\delta}{1+\delta} V^L + (\bar{\theta} - \underline{\theta}) q^*(\mu))$ 로부터 S_H 는 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta} S^H$ 을 얻는다, 따라서 참여제약식을 만족한다. 또한 $q_H > q^*(\mu)$ 이므로 S_L 에 대한 유인제약식 역시 만족된다. 따라서

$(q^H, \underline{\theta} q^H + \frac{\delta}{1+\delta} V^L + (\bar{\theta} - \underline{\theta}) q^*(\mu))$ 와 $(q^*(\mu), \bar{\theta} q^*(\mu) + \frac{\delta}{1+\delta} V^L)$ 로 구성된 메뉴는 원 문제의 모든 제약식을 만족한다. 따라서 축약된 문제의 해는 바로 원 문제의 해가 된다.



위의 세 가지 경우, 본 논문에서는 $q^L \le q$ 인 경우 1에 초점을 맞추고자 한다. $\delta = \delta^* = \frac{(\bar{\theta} - \underline{\theta}) q^L}{V^H - V^L - (\bar{\theta} - \underline{\theta}) q^L}$ 일 때 $q^L = q$ 이 성립한다. $\delta^* > 0$ 이며, 가정 2에 의하여 $\delta^* < 1$ 이다. 이 후의 분석에서는 $\delta \ge \delta^*$ 을 가정한다. 즉 본 연구에서는 시간 할인율이 충분히 큰 경우를 분석하고자 한다. 이 경우, $\mu \frac{1}{1+\delta} V^H + (1-\mu) \frac{1}{1+\delta} V^L$ 이 B가 균형에서 얻을 수 있는 보수의 하한이 된다. 이 결과는 이후의 분석에서 많이 쓰이므로 보조 정리 3으로 나타낸다.

보조 정리 3: $\delta \ge \delta^*$ 이면, 균형에서 B가 얻을 수 있는 보수는 $\mu \frac{1}{1+\delta} V^H + (1-\mu) \frac{1}{1+\delta} V^L$ 보다 작지 않다.

다음으로 균형 밖의 신념에 대한 약한 가정 하에서 B가 균형에서 얻을 수 있는 보수가 $\mu\frac{1}{1+\delta}V^H+(1-\mu)\frac{1}{1+\delta}V^L$ 를 초과할 수 없음을 보이고자 한다. 이를 위하여 균형 밖의 신념에 대하여 다음의 두 가지 가정을 한다.

가정 3. 홀수인 t에 대하여 $\mu_t(h_{t-1})=1$ 이면 $\mu_{t+2}(h_{t+1})=1$ 이고, $\mu_t(h_{t-1})=0$ 이면 $\mu_{t+2}(h_{t+1})=0$ 이다.

가정 3이 의미하는 바는 B가 확률 1로 S가 한 타입이라고 확신하면, 그 확신은 어떤 일이 일어나도, 바뀌지 않고 계속 유지된다는 것이다. 가정 3에 의하여 사후적 확률이 1 또는 0이면, 그 이후의 협상은 완전 정보 하에서 이루어진다.

가정 4: S 가 $p-\underline{\theta}q<\frac{1}{1+\delta}V^H$ 인 계약 (q,p) 제시하면, B는 S가 S_L 이라고 확률 1로 믿는다.

보조 정리 2를 증명하는 과정에서 자신이 제안할 순서가 되었을 경우, $c_S^H=(q^H,\underline{\theta}q^H+\frac{1}{1+\delta}V^H)$ 를 제안함으로써, S_H 는 최소한 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 를 얻을 수 있음을 보였다. 따라서 $p-\underline{\theta}q<\frac{1}{1+\delta}V^H$ 인 계약 (q,p) 를 S_H 가 제안할 이유가 없다. 가정 4는 그런 계약을 제시하였다면, B는 확률 1로 S_L 가 제안했다고 믿는다는 것이다.

다음의 보조 정리는 가정 3과 4 하에서 S_L 이 균형에서 얻는 보수는 정확히 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 임을 보이고 있다.

보조 정리 4: 균형에서 S_L 가 얻는 보수는 정확히 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 이다.

증명: $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 이 균형에서 S_L 이 얻을 수 있는 보수의 상한이므로, 이것이 동시에 하한임을 증명하는 것으로 충분하다.
$c_S^L=(q^L,\bar{\theta}q^L+\frac{1}{1+\delta}V^L)$ 로부터 S_H 가 얻는 보수는 $\frac{1}{1+\delta}V^L+(\bar{\theta}-\underline{\theta})q^L$ 이다.

이를 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 과 비교하여 보면, $\frac{V^H-V^L}{1+\delta} > \frac{V^H-V^L}{2} > (\bar{\theta}-\underline{\theta})q^L$ 이 성립하므로 (두 번째 부등식은 가정 2에 의하여 성립) c_S^L 로부터 S_H 가 얻는 보수는 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 보다 작다. 따라서 가정 4에 의하여, S가 c_S^L 를 제안했다면, B는 확률 1로 S의 타입이 S_L 이라고 믿고, 가정 3에 의하여 계속하여 이 믿음을 갖는다. 따라서 이후의 협상에서 B가 얻는 보수는 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 이다. c_S^L 로부터 B는 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 얻을 수 있으므로, c_S^L 을 제안하면 B는 반드시 이를 수락한다. 따라서 S 가 먼저 협상을 시작하면, c_S^L 를 제안함으로써 S_L 는 $\frac{1}{1+\delta}V^L$ 를 얻을 수 있다. 그러므로 B가 먼저 협상을 시작할 때, $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 은 S_L 이 균형에서 얻는 보수의 하한이 된다.

다음으로 보조 정리 5는 합동 균형은 존재하지 않음을 보이고 있다.

보조 정리 5: 합동 균형은 존재하지 않는다.

증명: 합동 균형이 존재하고 (q_0,p_0,t_0) 이 균형에서 얻어지는 계약이라고 하자. t_0 가 홀수와 짝수인 두 경우를 나누어 생각한다. t_0 가 홀수면, B가 계약 (q_0,p_0) 을 제안하고 S_H 와 S_L 모두 이를 받아들인 경우이다. μ 를 t_0 기에 B가 가지고 있는 사후적 확률이라고 하자. 계약(q_0,p_0) 은 보조 정리 3에 의하여 B에게 최소한 $\mu\frac{1}{1+\delta}V^H+(1-\mu)\frac{1}{1+\delta}V^L$ 를, 따름 정리 2에 의하여 S_H 에게 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 를 그리고, 보조 정리 4에 의하여 S_L 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 주어야 한다. 따라서 이에 필요한 잉여는 최소한

$$\mu\frac{1}{1+\delta}V^H+(1-\mu)\frac{1}{1+\delta}V^L+\mu\frac{\delta}{1+\delta}V^H+(1-\mu)\frac{\delta}{1+\delta}V^L=\mu V^H+(1-\mu)V^L$$

이다. (q_0,p_0) 이 창출하는 기대 잉여는 $\mu\{V(q_0)-\underline{\theta}q_0\}+(1-\mu)\{V(q_0)-\bar{\theta}q_0\}$ 이다. $V(q_0)-\underline{\theta}q_0\le V^H$ 이고 $V(q_0)-\bar{\theta}q_0\le V^L$ 이며, 둘 중 적어도 하나는 강부등호로 성립한다. 따라서 μ 가 0 혹은 1이 아닌 한, 어떠한 계약도 $\mu V^H+(1-\mu)V^L$ 를 창출할 수 없다. 따라서 (q_0,p_0,t_0) 는 균형에서 얻어지는 계약일 수 없다. t_0 이 짝수이면, S_H 와 S_L 이 동일한 계약 (q_0,p_0) 을

제안하고 B가 이를 수락하는 경우이다. 이 경우도 위와 동일한 방법으로 (q_0, p_0, t_0) 이
균형에서 얻어지는 계약이 아님을 보일 수 있다. 차이점은 (q_0, p_0) 이 B에게 최소한 $\mu\frac{\delta}{1+\delta}V^H + (1-\mu)\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를, S_H 에게 최소한 $\frac{1}{1+\delta}V^H$ 를, 그리고 S_L 에게 $\frac{1}{1+\delta}V^L$ 를 주어야 한다는 것이다. 이 경우에도 (q_0, p_0) 는 필요한 잉여를 창출할 수 없다.

균형이 존재하면, 그 것은 반드시 분리 균형이어야 한다. (q_H, p_H, t_H) 과 (q_L, p_L, t_L) 를 각각 B와 S_H , S_L 과의 협상 결과라고 하자. 분리 균형이려면, $t_H \neq t_L$ 이거나, $t_H = t_L$ 이면 $(q_H, p_H) \neq (q_L, p_L)$ 이어야 한다. $t_H = t_L$ 이면 메뉴를 통한 분리가 이루어지는 것이고, $t_H \neq t_L$ 이면 시간을 통한 분리가 이루어지는 것이다. B가 먼저 제안을 하고 $\delta < 1$ 이므로, 분리는 다음의 세 가지 방법을 통하여 가능하다.

1) 메뉴; B가 1기에 서로 다른 계약으로 구성된 메뉴를 제안하고 S의 각 타입은 자신에게 의도된 계약을 선택한다.
2) H-L 순서; B가 1기에 제안한 메뉴를 S_H 만이 수락한다. S_L 는 거부하고 다음 기에 역제안을 하며 B는 이를 수락한다.
3) L-H 순서; B가 1기에 제안한 메뉴를 S_L 만이 수락한다. S_H 는 거부하고 다음 기에 역제안을 하며 B는 이를 수락한다.

본 논문의 주된 결과는 분리는 메뉴를 통해서만 이루어진다는 것이다.

정리: 가정 1 - 4하에서, 모든 $\delta \geq \delta^*$ 과 $\mu_0 \in (0,1)$ 에 대하여, 유일한 균형은 다음과 같다; B는 1기에 c_B^H 와 c_B^L 로 구성된 메뉴를 제안하며, S_H 와 S_L 모두 이 메뉴를 받아들이고 각각 c_B^H 와 c_B^L 를 선택한다.

증명: 위의 세 가지 분리 방법에 의하여 B가 얻을 수 있는 보수는 각각 다음과 같다.
1) 메뉴; c_B^H (c_B^L)는 S_H 에게 (S_L) 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ ($\frac{\delta}{1+\delta}V^L$)를 주는

계약 가운데 B에게 가장 큰 보수를 주는 계약이다. 더욱이 S_H (S_L)는 c_B^H (c_B^L)를 c_B^L (c_B^H)보다 강선호한다. 따라서 B가 메뉴를 통하여 분리를 시도한다면, 최적의 메뉴는 c_B^H 와 c_B^L 로 구성된 메뉴이다. 이 메뉴로부터 B는 $\Pi_B^M(\mu_0)=\mu_0\frac{1}{1+\delta}V^H+(1-\mu_0)\frac{1}{1+\delta}V^L$ 를 얻는다.

2) H-L 순서; 이 경우, S_L 은 1기의 메뉴를 거절함으로써 자신의 타입을 B에게 나타낸다. 2기에 S_L 은 c_S^L 를 제안하고 B는 이를 수락한다. S_H 는 현재의 c_B^H 를 다음 기의 c_S^L 보다 강선호하고, 또한 c_B^H 는 S_H 에게 최소한 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 를 주는 계약 가운데 B가 가장 선호하는 계약이다. 따라서 1기에 B는 c_B^H 와 S_L 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 보다 작은 보수를 그리고 S_H 에게도 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 보다 작은 보수를 주는 계약으로 구성된 메뉴를 제안하다. 그러면 S_H 만이 메뉴를 수락하고 c_B^H 를 선택한다. 이를 통하여 B가 얻는 보수는 $\Pi_B^{HL}(\mu_0)=\mu_0\frac{1}{1+\delta}V^H+(1-\mu_0)\frac{\delta^2}{1+\delta}V^L$ 이다.

3) L-H 순서; 이 것은 H-L 순서와 정확히 반대인 경우이다. S_H 는 1기의 메뉴를 거절함으로써 자신의 타입을 B에게 나타낸다. 2기에 S_H 은 c_S^H 를 제안하고 B는 이를 수락한다. (2)의 경우와 같이, c_B^L 는 S_L 가 수락하는 계약 가운데 B가 가장 선호하는 계약이다. 이를 통하여 B가 얻는 보수는 $\Pi_B^{LH}(\mu_0)=\mu_0\frac{1}{1+\delta}V^L+(1-\mu_0)\frac{\delta^2}{1+\delta}V^H$ 이다.

$\Pi_B^M(\mu_0)$, $\Pi_B^{HL}(\mu_0)$ 그리고 $\Pi_B^{LH}(\mu_0)$ 를 비교하여 보면, 모든 $\mu_0\in(0,1)$ 에 대하여, $\Pi_B^M(\mu_0)$ 이 $\Pi_B^{HL}(\mu_0)$ 과 $\Pi_B^{LH}(\mu_0)$ 보다 큼을 쉽게 보일 수 있다. 따라서 분리는 메뉴를 통하여 이루어진다. 증명의 완결을 위하여 메뉴를 통한 분리를 낳는 균형 전략과 신념 체계를 기술하면 다음과 같다;

홀 수기;
B는 항상 c_B^H 와 c_B^L 로 구성된 메뉴를 제안한다.

S_H 는 $p-\underline{\theta}q\geq\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 인 계약을 포함한 메뉴는 수락하고, 메뉴 안에 있는 계약 가운데 가장 높은 보수를 주는 계약을 선택한다.

S_L 는 $p-\bar{\theta}q \geq \frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 인 계약을 포함한 메뉴는 수락하고, 메뉴 안에 있는 계약 가운데 가장 높은 보수를 주는 계약을 선택한다.

짝 수기;
사후적 확률이 μ 일 때, B 는 $U(q)-p \geq \delta \Pi_B^M(\mu)$ 인 계약만을 수락한다.
S_H 는 항상 c_S^H 를 제안한다.
S_L 는 항상 c_S^L 를 제안한다.

신념 체계; $p-\underline{\theta}q \geq \frac{1}{1+\delta}V^H$ (q,p) 인 모든 계약에 대하여 $\mu=1$, 그렇지 않으면 $\mu=0$ 로 지정한다.

위의 정리는 B가 협상을 시작할 때의 균형에 대하여 기술하고 있다. 이를 증명하는 과정에서 S가 협상을 시작할 때의 균형 결과 또한 분석의 부산물로 얻어진다.

따름 정리 5: S가 협상을 시작할 경우, 유일한 균형은 S_H 와 S_L 이 각각 c_S^H c_S^L 를 제안하고, B는 이 두 계약을 모두 수락하는 것이다.

S가 협상을 시작하는 경우에도, 유일한 균형은 지연이 없는 분리 균형임을 알 수 있다. 더욱이 1기에 S의 각 타입은 자신이 자신이 선행 제안자인 경우 완전 정보 계약을 제시하고 B는 이를 즉각 받아들인다.

본 논문의 주요 결과는 B가 하나의 계약이 아닌 메뉴를 제안할 수 있다는데 크게 의존한다. 마지막으로 간략하게 B가 메뉴를 제안할 수 없는 경우에 대한 분석을 제공하고자 한다. 이를 위하여 $\Pi_B^{HL}(\mu_0)$ 와 $\Pi_B^{LH}(\mu_0)$ 의 크기를 비교한다. $\mu_0=\mu^*=\frac{V^L}{V^H+V^L}$ 에서 $\Pi_B^{HL}(\mu_0)=$ $\Pi_B^{LH}(\mu_0)$ 이 성립한다. $\mu_0>\mu^*$ 이면, $\Pi_B^{HL}(\mu_0)>$ $\Pi_B^{LH}(\mu_0)$ 이고 $\mu_0<\mu^*$ 이면, $\Pi_B^{HL}(\mu_0)<$ $\Pi_B^{LH}(\mu_0)$ 이다. 계약 (q,p) 은 to S_H 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^H$ 를 그리고 동시에 S_L 에게 $\frac{\delta}{1+\delta}V^L$ 를 주는 계약이었다. δ 가 충분히 1에 가까우면 $\frac{\delta^2}{1+\delta}V^H>\frac{V^L}{1+\delta}>U(q)-p$ 이

성립한다. 따라서 모든 $\mu_0 \in (0,1)$ 에 대하여 $\Pi_B^{LH}(\mu_0) > U(q) - p$ 이 성립하는 $\delta^{**} < 1$ 이 존재한다. 모든 $\delta > \max\{\delta^*, \delta^{**}\}$ 에 대하여 가정 1 - 4 하에서 다음과 같은 전략과 신념 체계는 균형이 된다. 증명의 위의 경우와 동일하므로 생략한다.

홀 수기;

$\mu > \mu^*$ 이면 B는 c_B^H 를 제안하고, $\mu < \mu^*$ 이면 c_B^L 를 제안한다.

S_H 는 $p - \underline{\theta} q \geq \frac{\delta}{1+\delta} V^H$ 인 계약만을 수락한다.

S_L 는 $p - \bar{\theta} q \geq \frac{\delta}{1+\delta} V^L$ 인 계약만을 수락한다.

짝 수기;

사후적 확률이 μ 일 때, B는 $U(q) - p \geq \delta \Pi_B(\mu)$ 인 계약만을 수락한다.

여기서 $\Pi_B(\mu) = \max\{\Pi_B^{HL}(\mu), \Pi_B^{LH}(\mu)\}$ 이다.

S_H 는 항상 c_S^H 를 제안한다.

S_L 는 항상 c_S^L 를 제안한다.

신념 체계; $p - \underline{\theta} q \geq \frac{1}{1+\delta} V^H$ (q,p) 인 모든 계약에 대하여 $\mu = 1$, 그렇지 않으면 $\mu = 0$ 로 지정한다.

$\mu_0 > \mu^*$ 이면, 균형에서 S_H 가 S_L 보다 먼저 협상을 타결한다. 반면에 $\mu < \mu^*$ 이면, 오히려 S_L 가 S_H 보다 먼저 협상을 타결한다. 이는 두 경제 주체가 가격과 수량을 동시에 협상할 경우, 가격만을 협상하는 모형에서 항상 성립하는 잉여가 큰 경제주체가 작은 경제 주체보다 항상 늦지 않게 협상을 타결하는 성질이 성립하지 않음을 보여준다.

참고문헌

Admati, A. and M. Perry (1987), "Strategic Delay in Bargaining," *Review of Economic Studies*, 345-364.

Ben-Ner, A. and B. Jun (1996), "Employee Buyout in a Bargaining Game with Asymmetric Information," *American Economic Review*, 502-523.

Cho, I.-K. (1990), "Uncertainty and Delay in Bargaining," *Review of Economic Studies*, 575-596.

Cramton, P. (1984), "Bargaining with Incomplete information: An Infinite Horizon Model with Two-sided Uncertainty," *Review of Economic Studies*, 579-593.

Fudenberg, D., D. Levine and J. Tirole (1985), "Infinite Horizon Models of Bargaining with One-Sided Uncertainty," in *Game-theoretic Models of Bargaining* ed. by A. Roth, Cambridge, Cambridge University Press.

Grossman S. and M. Perry (1986), "Sequential Bargaining Under Asymmetric Information," *Journal of Economic Theory*, 236-260.

Gul F. and H. Sonnenschein (1986), "On Delay in Bargaining with One-Sided Uncertainty," *Econometrica*, 602-611.

Gul, F., H. Sonnenschein and R. Wilson (1986), "Foundations of Dynamic Monopoly and the Coase Conjecture," *Journal of Economic Theory*, 155-190.

Kreps, D. and R. Wilson (1982), "Sequential Equilibria," *Econometrica*, 863-894.

Rubinstein, A. (1982), "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model," *Econometrica*, 97-110.

Rubinstein, A. (1985), "A Bargaining Model with Incomplete Information About Time Preferences," *Econometrica*, 1151-1171.

Sobel, J. and I. Takahashi (1983), "A Multi-Stage Model of Bargaining,"

Review of Economic Studies, 411-426.
Wang, G (1998), "Bargaining over a Menu of Wage Contracts," *Review of Economic Studies*, 295-305.